

# LOGARİTMA VE DİZİLER

## SORU BANKASI

- KAZANIM ODAKLI KONU ÖZETİ
- YENİ NESİL SORULAR
- PRATİK YÖNTEMLER
- BASAMAKLI ZAMAN YÖNETİMİ
- ÇÖZÜM STRATEJİLERİ
- KADEMELİ TESTLER
- ÖSYM SORULARI

Öner ÇELİKAN  
Gürhan İÇÖZ  
Mete AKAR



VIDEO SORU ÇÖZÜMÜ

You  
Tube

Hız ve Renk Uzaktan Eğitim Kanalı'nda  
Konu anlatımı ve daha fazlası!



## Kitabımızı Tanıyalım!

### Konu Özeti

Kazanıma ait temel bilgilerin verildiği bölümdür.

### Hızlı Bilgi - Pratik Yöntemler

Zaman kazandıracak ve soruyu kısa yoldan çözenizi sağlayacak bilgilerdir.

### Basamaklı Zaman Yönetimi

Zaman yönetimi becerisi kazanmanız amacıyla her testin üzerine ideal çözüm süresi yazılmıştır.

### Bilgi Kavrama Sorusu (BKS)

Kazanımın kavranması için verilen, 4 farklı zorluk düzeyi olan çözümlü sorulardır.

### Kazanım Kavrama Testi (Yeşil Test)

Her kazanımın altında, sadece o kazanımla ilgili sorulardan oluşan testtir.

### Bilgi Kavrama Testi (Mavi Test)

Konunun kavranması için temel düzey sorulardan oluşan testtir.

### Bilgi Uygulama Testi (Kırmızı Test)

Konunun pekiştirilmesi için üst düzey sorulardan oluşan uygulama testidir.

### ÖSYM Tarzı Test (Turuncu Test)

Konu ile ilgili ÖSYM'nin sorabileceği zorlukta hazırlanan karma testtir. Yeni nesil sorular ağırlıktadır.

### Çıkış Sorular (Turkuaz Test)

Konu ile ilgili ÖSYM'nin sorduğu soruların bulunduğu testtir.



**G. KOORDİNATÖR:**  
Harun DERİN



**YAZARLAR:**  
Öner ÇELİKAN  
Gürhan İÇÖZ  
Mete AKAR



**EDİTÖR:**  
Nuri SOYUDURU

Copyright © Bu kitabın her hakkı saklıdır.

Hangi amaçla olursa olsun,  
bu kitabın tamamının ya da bir kısmının,  
kitabı yayımlayan yayınevinin önceden  
izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi  
ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması,  
yayımlanması ve depolanması yasaktır.

ISBN: 978-625-7532-03-7

0508 - 1 - 21



[www.hizrenk.com](http://www.hizrenk.com)



[hizrenk@isler.com.tr](mailto:hizrenk@isler.com.tr)



[@hizveren](https://www.instagram.com/hizveren)

# SUNUŞ

Sevgili Öğrenciler,

Hepiniz hedeflerinize ulaşmak için sınavlara giriyorsunuz. Bu sınavlara hazırlık süreci uzun, yorucu ve sabır isteyen bir yolculuk. HIZ ve RENK YAYINCILIK olarak bu uzun yolculukta sizlerin destekçisi ve rehberi olmayı bir görev bilmekteyiz. Bu anlayışla hazırladığımız soru bankalarımızla sınavlara hazırlık sürecinde başarınızı daha yukarılara taşımak ve istediğiniz hedefe sizleri ulaştırabilmek temel amacımızdır.

LOGARİTMA VE DİZİ SORU BANKASI, siz değerli öğrencilerimizi ÖSYM tarafından hazırlanan AYT sınavında çıkabilecek sorulara adapte edebilme düşüncesiyle oluşturulmuş eşsiz bir yardımcıdır. Kitabımızda 147 tanesi çözümlü ve 487 tanesi video çözümlü olmak üzere, toplam 634 soru bulunmaktadır.

Titiz bir çalışmanın ürünü olan LOGARİTMA VE DİZİ SORU BANKAMIZ, MEB'in müfredat programıyla ve ÖSYM'nin soru tarzlarıyla birebir uyumlu olup oluşturulan tüm testler ve sorular konu kavrama ve uygulama sırasına göre kademeli bir şekilde hazırlanmıştır.

Kitabın hazırlanmasında büyük emekleri geçen yazarlarımız Sayın Doç. Dr. Gürhan İÇÖZ, Öner ÇELİKAN ve Mete AKAR'a; kitaptaki soruları titizlikle inceleyen redakte ekibimizin değerli üyeleri: Kadir ÖNER, Faruk KORKMAZ, Fikret HEMEK, Abdullah AHMETOĞLU, Burcu ALTUNAL, Sinem Yayla ÖCAL, Zeynep Esra PEHLİVAN ve Öznur KARABIYIKOĞLU'na; editörümüz Nuri SOYUDURU'ya ve dizgi ve tasarım uzmanımız Raşit SAVAŞ'a teşekkür ederiz.

Başarılarınıza Hız ve Renk katabilmek dileğiyle...

**HIZ VE RENK YAYINCILIK**



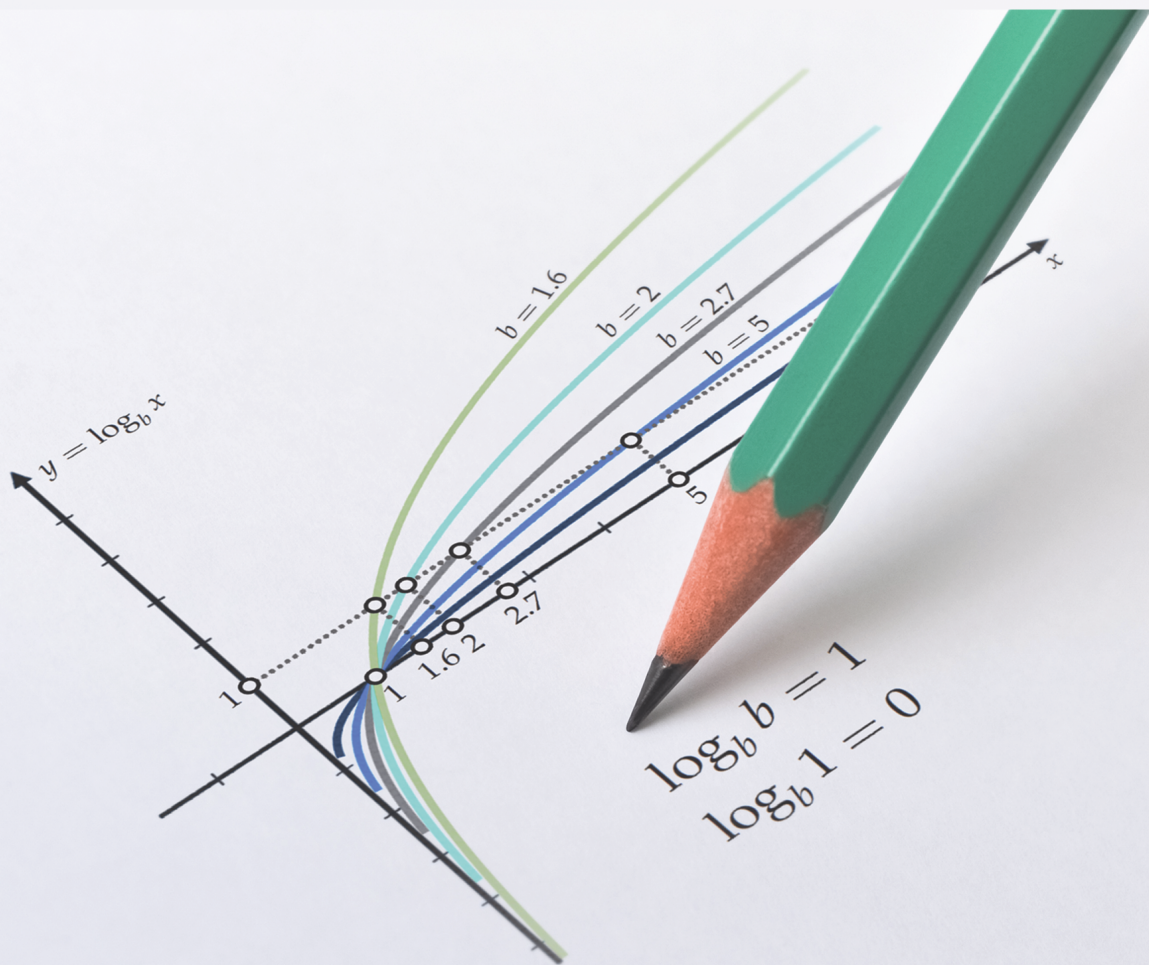
# İÇİNDEKİLER

## LOGARİTMA

Üstel Fonksiyon .....	7
Logaritma Fonksiyonu .....	13
Logaritma Fonksiyonunun En Geniş Tanım Kümesi .....	17
Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri.....	25
Logaritma Fonksiyonunun Grafiği.....	43
Üstel ve Logaritmali Denklemler.....	51
Üstel ve Logaritmali Eşitsizlikler .....	59
Bir sayının Logaritmasının Yaklaşık Değeri.....	67
Gerçek Hayat Durumları ile İlgili Üstel ve Logaritmik Fonksiyon Problemleri .....	75
Üstel ve Logaritma Testleri (Karma).....	81
ÖSYM Soruları .....	89

## DİZİLER

Gerçel Sayı Dizisi .....	95
Sabit ve Eşit Dizi.....	100
Dizi Özellikleri.....	101
İndirgeme Bağıntısı .....	104
Aritmetik Dizi.....	113
Geometrik Dizi .....	131
Toplam Sembolü ve Özel Sayı Dizileri .....	147
ÖSYM Soruları .....	159



# LOGARITMA

**2021**

**ÖSYM**

**AYT MATEMATİK SORUSU**

27.  $a \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$  olmak üzere,  
 $x = \tan a$   
 $y = \tan(2a)$   
 $z = \tan(3a)$   
sayıların doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $x < y < z$  B)  $x < z < y$  C)  $y < x < z$   
D)  $z < x < y$  E)  $z < y < x$

**AYT KONDİSYON DENEMESİ**

31.  $x \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$  olmak üzere,  
 $a = \sin(2x)$   
 $b = \cos(2x)$   
 $c = \tan(2x)$   
sayıların doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $a < b < c$  B)  $a < c < b$  C)  $b < c < a$   
D)  $b < a < c$  E)  $c < a < b$

**2021**

**ÖSYM**

**AYT MATEMATİK SORUSU**

4.  $m$  ve  $n$  pozitif tam sayılar olmak üzere,  
 $EBOB(m, n) + EKOK(m, n) = 289$   
 $m + n \neq 289$   
olduğu biliniyor.  
Buna göre,  $m + n$  toplamı kaçtır?  
A) 41 B) 43 C) 45 D) 47 E) 49

**AYT KONDİSYON DENEMESİ**

5. A sayısı farklı iki asal sayının çarpımına eşit olmak üzere,  
 $EBOB(6, A) + EBOB(77, A) = 2$   
olduğuna göre, A sayısının alabileceği en küçük değer için  
 $EKOK(A, 15)$   
sayısının rakamları toplamı kaçtır?  
A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

**ÖNCE BİZ SORDUK**

**SONRA ÖSYM**

**2021**

**ÖSYM**

**AYT MATEMATİK SORUSU**

18.  $a$  ve  $b$  birer gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olan bir  $f$  fonksiyonu  
 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x \leq a \\ 5x - 8, & a < x \leq b \\ 7, & x > b \end{cases}$   
biçiminde tanımlanıyor.  
Buna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?  
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

**LİMİT SORU BANKASI**

2. Gerçel sayılar kümesinde,  
 $f(x) = 6 - x^2$   
 $g(x) = x$   
fonksiyonları veriliyor.  
 $h(x) = \begin{cases} g(x), & x \leq a \\ f(x), & a < x < b \\ g(x), & x \geq b \end{cases}$   
fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde süreklidir.  
Buna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?  
A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

**2021**

**ÖSYM**

**AYT MATEMATİK SORUSU**

19.  $a$  ve  $b$  gerçel sayılar olmak üzere, pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde bir  $f$  fonksiyonu  
 $f(x) = ax^a + bx^b$   
biçiminde tanımlanıyor.  
 $f(1) = 6$   
 $f'(1) = 20$   
olduğuna göre,  $f''(1)$  kaçtır?  
A) 44 B) 46 C) 48 D) 50 E) 52

**TÜREV SORU BANKASI**

5.  $f(x) = mx^3 + nx^2 + 2x - 1$   
 $f(1) = 5$   
 $f(-1) = 11$  dir.  
Buna göre,  $m \cdot n$  çarpımı kaçtır?  
A)  $-\frac{3}{2}$  B)  $\frac{3}{4}$  C) -3 D) 3 E)  $-\frac{3}{4}$

**2021**

**ÖSYM**

**AYT MATEMATİK SORUSU**

20. Bir bilgisayar programında  $f(x)$  ve  $f'(x)$  fonksiyonlarının grafikleri çizildikten sonra koordinat eksenleri silinmiş ve arka plana eş kareler ile oluşan bir zgaraya yerleştirildiğinde aşağıdaki görüntü elde edilmiştir.

Koordinat eksenleri : Kapalı  
Izgara görünümü : Açık

Buna göre  $f(x)$ 'in alabileceği en küçük değer kaçtır?  
A)  $\frac{2}{3}$  B)  $\frac{3}{4}$  C)  $\frac{5}{3}$  D)  $\frac{6}{5}$  E)  $\frac{8}{9}$

**TÜREV SORU BANKASI**

7. Aşağıda  $y = f(x)$  parabolü ile  $y = f'(x)$  fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

$y = f(x)$  parabolü  $x$  eksenini  $(-2, 0)$  ve  $(4, 0)$  noktalarında kesiyor.

Buna göre,  $y = f'(x)$  fonksiyonunun  $x$  eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?  
A)  $\frac{1}{2}$  B) 1 C)  $\frac{3}{2}$  D) 2 E)  $\frac{5}{2}$

**2021**

**ÖSYM**

**AYT MATEMATİK SORUSU**

21. Saatte  $V$  kilometre sabit hızla hareket eden bir roketin 1 saatte tükettiği yakıt miktarı, birim türünden  
 $f(V) = \frac{V^3}{20} - 7 \cdot V^2 + 265 \cdot V$   
fonksiyonu ile hesaplanmaktadır.  
Buna göre, bu roketin sabit bir hızla gideceği 100 kilometre yol için tüketmesi gereken yakıt miktarı en az kaç birimdir?  
A) 1000 B) 2000 C) 3000 D) 4000 E) 5000

**TÜREV SORU BANKASI**

3. Betül Hanım yaptığı incelemeler sonucunda bu bakteri kültüründe başlangıçtan 1 dakika sonraki bakteriyi  $f(t) = -t^3 + 6t^2 + 10$  fonksiyonu ile modelliyor. Bu bakteri kültürünün büyüme hızı  $v(t)$  olmak üzere,  $v(t) = f'(t)$  dir.  
Buna göre, Betül Hanım kaçınıncı dakikada bakteri kültürünün büyüme hızının en büyük değeri aldığını gözlemlemiştir?  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

### ÜSTEL FONKSİYON

$a$ , 1 den farklı pozitif bir gerçel sayı olmak üzere,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = a^x$$

biçiminde tanımlanan fonksiyonuna **üstel fonksiyon** denir.

#### BKS 1

Aşağıda verilen ifadelerin üstel fonksiyon olup olmadıklarını inceleyiniz.

- I.  $4^x$
- II.  $\left(\frac{3}{4}\right)^x$
- III.  $\pi^x$
- IV.  $x^x$
- V.  $(\sqrt{5})^{-x}$

#### Çözüm

I.  $4^x$  ifadesi

$4 \neq 1$  ve  $4 > 0$  olduğundan üstel fonksiyondur.

II.  $\left(\frac{3}{4}\right)^x$  ifadesinde  $\frac{3}{4} \neq 1$  ve  $\frac{3}{4} > 0$  olduğundan üstel fonksiyondur.

III.  $\pi^x$  ifadesi  $\pi \neq 1$  ve  $\pi > 0$  olduğundan üstel fonksiyondur.

IV.  $x^x$  ifadesinde  $x^x$  —  $x$  in durumunu bilemediğimiz için yani  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ , olabileceğinden bu ifade üstel fonksiyon değildir.

V.  $(\sqrt{5})^{-x} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^x$  tir.  $\frac{1}{\sqrt{5}} > 0$  ve  $\frac{1}{\sqrt{5}} \neq 1$  olduğundan üstel fonksiyondur.

#### BKS 2

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$f(x) = (a + 1)^x$$

fonksiyonu üstel fonksiyondur.

Buna göre,  $a$  nın **en geniş değer aralığını** bulunuz.

#### Çözüm

$$a + 1 > 0 \quad \text{ve} \quad a + 1 \neq 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$a > -1 \quad a \neq 0$$

$$a \in (-1, \infty) - \{0\} \text{ olur.}$$



### ÜSTEL FONKSİYONUN GRAFİĞİ

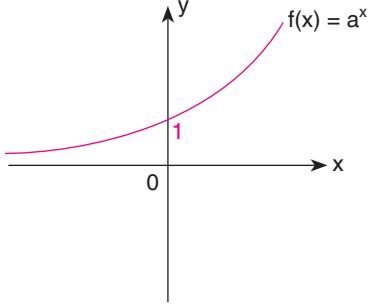
$a > 0$  ve  $a \neq 1$  olmak üzere,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, \quad f(x) = a^x$$

biçiminde tanımlı fonksiyona **üstel fonksiyon** denir. Pozitif bir sayının tüm kuvvetleri de pozitif olduğundan  $f(x) = a^x$  fonksiyonunun görüntü kümesi  $\mathbb{R}^+$  kümesidir.

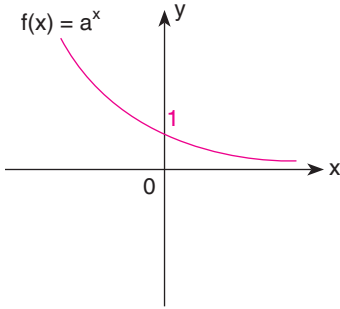
$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$  olmak üzere  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = a^x$  fonksiyonu

I.  $a > 1$  için



•  $f(x) = a^x$  fonksiyonu artan fonksiyondur.

II.  $0 < a < 1$



•  $f(x) = a^x$  fonksiyonu azalan fonksiyondur.

#### HIZLI BİLGİ

$a$ , 1 den farklı bir pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$f(x) = a^x$  üstel fonksiyonu

- Birebir fonksiyon
- Örten fonksiyon
- Artan ya da azalan fonksiyon

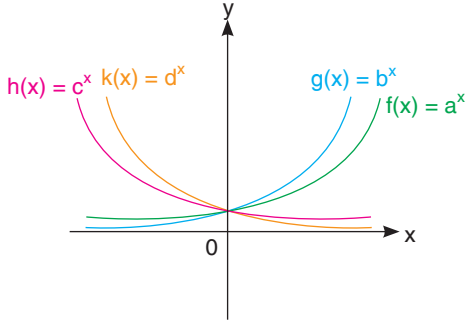
özelliklerini taşır.

#### HIZLI BİLGİ

- $f(x) = a^x$  üstel fonksiyonu  
 $a > 1$  için artan fonksiyon,  
 $0 < a < 1$  için azalan fonksiyondur.
- $f(x) = -a^x$  üstel fonksiyonu  
 $a > 1$  için azalan fonksiyon,  
 $0 < a < 1$  için artan fonksiyondur.

## BKS 3

a, b, c ve d 1 den farklı pozitif birer gerçel sayıdır. Aşağıda  $\mathbb{R}$  kümesinden  $\mathbb{R}^+$  kümesine tanımlı f, g, h ve k fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, a, b, c ve d gerçel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

## Çözüm

$h(x)$  ve  $k(x)$  fonksiyonları azalan fonksiyon olduğundan  $0 < d < 1$  ve  $0 < c < 1$  dir.

Grafikte x'e -1 verdiğimizde  $d^{-1} > c^{-1}$  olur.

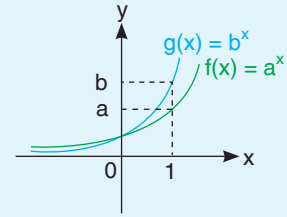
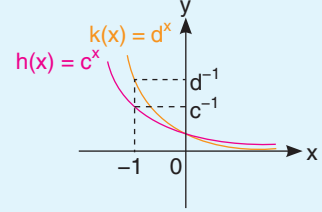
$\frac{1}{d} > \frac{1}{c}$  ise  $d < c$  dir.

- $g(x)$  ve  $f(x)$  fonksiyonları artan fonksiyon olduğundan

$1 < a$  ve  $1 < b$  olur.

Grafikte x yerine 1 yazıldığında  $b > a$  olur.

O halde,  $b > a > c > d$  dir.



## BKS 4

Aşağıda verilen fonksiyonların artanlık veya azalanlık durumlarını inceleyiniz.

- $f(x) = 3^x$
- $g(x) = 4^{1-x}$
- $h(x) = (\sqrt{3})^{-x+3}$
- $k(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{3-2x}$

## Çözüm

I.  $f(x) = 3^x$

$3 > 1$  olduğu için  $f(x)$  artandır.

II.  $g(x) = 4^{1-x} = 4 \cdot 4^{-x} = 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$

$0 < \frac{1}{4} < 1$  olduğu için  $g(x)$  azalandır.

III.  $h(x) = (\sqrt{3})^{-x} \cdot (\sqrt{3})^3$   
 $= 3\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$

$0 < \frac{1}{\sqrt{3}} < 1$  olduğu için  $h(x)$  azalandır.

IV.  $k(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x}$   
 $= \frac{1}{27} \cdot 9^x$

$9 > 1$  olduğu için  $k(x)$  artandır.

## BKS 5

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

$f(x) = (3a + 5)^{2x+3}$

üstel fonksiyonu azalan bir fonksiyondur.

Buna göre, a'nın değer aralığını bulunuz.

## Çözüm

$f(x) = c^x$  fonksiyonu azalan ise  $0 < c < 1$  dir. O hâlde

$0 < 3a + 5 < 1$

$-5 < 3a < -4$

$-\frac{5}{3} < a < -\frac{4}{3}$  bulunur.

1. Aşağıdakilerden hangisi bir üstel fonksiyondur?

- A)  $1^x$                       B)  $(-3)^x$                       C)  $4^{-x}$   
D)  $x^x$                       E)  $(\sqrt{-3})^x$

2.  $a \neq 1$ ,  $a > 0$  olmak üzere;

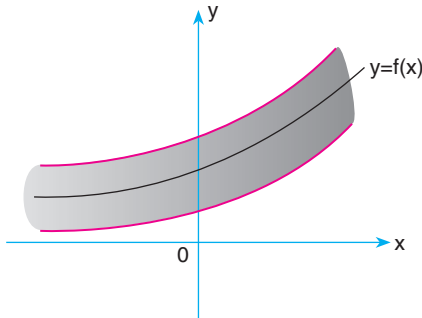
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  tanımlı  $f(x) = a^x$  üstel fonksiyonu için,

- I. Birebir fonksiyondur.  
II. Örten fonksiyondur.  
III. Çift fonksiyondur.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I                      B) Yalnız II                      C) I ve II  
D) II ve III                      E) I, II ve III

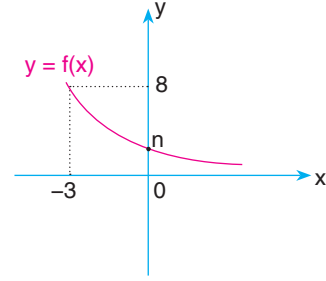
3. Üstel fonksiyonlarla ilgili çalışmalar yapan Bekir aşağıdaki yolu dik koordinat düzleminde modelliyor. Yolun ortasından geçen çizgi  $f(x) = \left(\frac{a-1}{3}\right)^{x+1}$  üstel fonksiyonunun grafiğidir.



Buna göre,  $a$ 'nın en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(4, \infty)$                       B)  $(2, \infty)$                       C)  $(5, 12)$   
D)  $(-\infty, 2)$                       E)  $(7, \infty)$

4. Aşağıda  $f(x) = a^x$  üstel fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

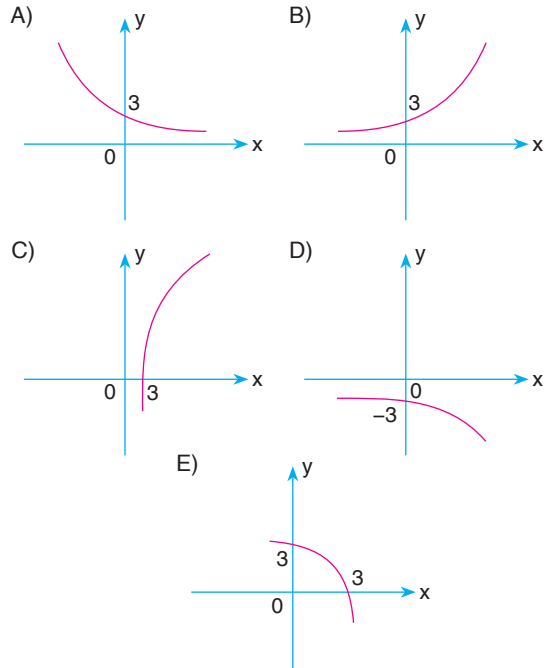


Buna göre,  $n + a$  toplamı kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{2}$                       B) 0                      C)  $\frac{1}{2}$                       D) 1                      E)  $\frac{3}{2}$

5.  $f(x) = 3^{2x+1}$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



6.  $a > 1$  ve  $0 < x < 8$  olmak üzere,  $a$  ve  $x$  gerçel sayılardır.

Bir inşaat firması çalışanlarına,  $x$  saat olmak üzere,

$f(x) = 3^{x+1}$  üstel fonksiyonuna göre günlük birim para olarak yevmiye vermektedir.

Bu firmada çalışan Ümit Usta, pazartesi günü  $a + 3$  saat, Vahit Usta ise aynı gün  $a - 1$  saat çalışmıştır.

Buna göre, pazartesi günü Ümit Usta, Vahit Usta'nın kaç katı kadar yevmiye almıştır?

- A) 3                      B) 9                      C) 27                      D) 81                      E) 243

## » ÜSTEL FONKSİYON

1.  $f(x) = (-7)^x + 4$   
 $g(x) = e^{x^3 - 1}$   
 $h(x) = (\sqrt{8})^{-7x}$   
 $k(x) = \left(\frac{1}{27}\right)^x$   
 $t(x) = \pi^x$

Yukarıda verilen fonksiyonlardan kaç tanesi üstel fonksiyondur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  tanımlı bir fonksiyon ve  $a$ , 1 den farklı pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$f(x) = a^x$  fonksiyonu,

- I.  $a > 1$  için artandır.  
 II.  $0 < a < 1$  için azalandır.  
 III. Birebir ve örten fonksiyondur.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
 D) II ve III E) I, II ve III

3. Bir telefon firması çalışanlarına sattıkları telefon adedi  $x$  olmak üzere,

$$f(x) = 3^{a+bx}$$

fonksiyonu üzerinden aylık puan vermektedir. En yüksek puanı olan kişi ayın çalışanı seçilmektedir.

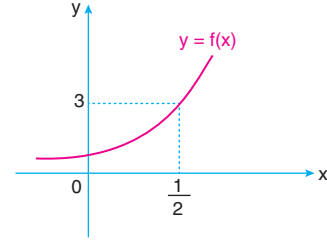
Bu firmada çalışan Harun ve İsmet şubat ayında sırasıyla 4 tane telefon ve 2 tane telefon satmıştır.

Harun'un şubat ayında aldığı puan, İsmet'in şubat ayında aldığı puanın 81 katıdır.

Buna göre,  $b$  kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

4. Aşağıda  $f(x) = \left(\frac{a+2}{3}\right)^x$  üstel fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $a$  kaçtır?

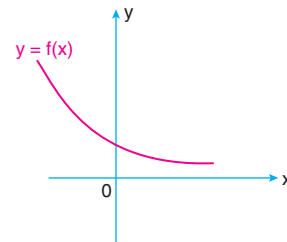
- A) 21 B) 23 C) 25 D) 32 E) 33

5.  $f(x) = 2^{x+3} - 2$

olduğuna göre,  $f(x+1)$  in  $f(x)$  türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2f(x) + 2$  B)  $\frac{f(x)-2}{3}$  C)  $f(x) + 2$   
 D)  $\frac{f(x)-2}{3}$  E)  $3f(x) + 2$

6. Aşağıda  $f(x) = \left(\frac{a-8}{2-a}\right)^x$  üstel fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

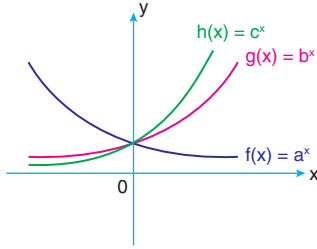


Buna göre,  $a$  nın en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 8) B) (5, 8) C) (8,  $\infty$ )  
 D) (2, 5) E)  $(-\infty, 2)$



7. Aşağıda  $f(x) = a^x$ ,  $g(x) = b^x$  ve  $h(x) = c^x$  üstel fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

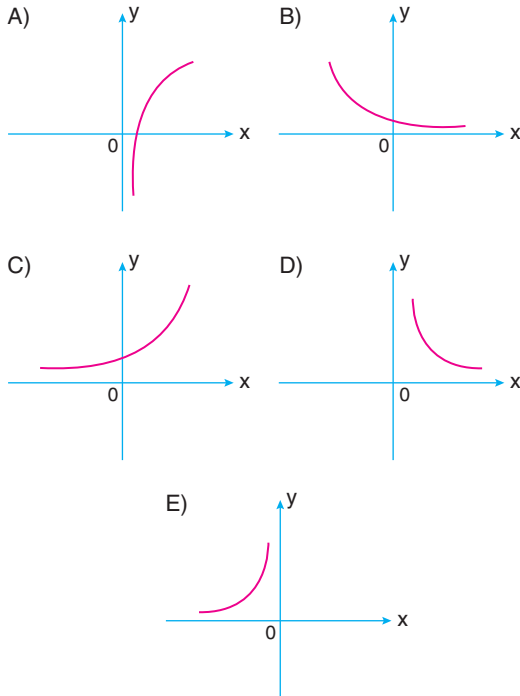


Buna göre,  $a$ ,  $b$  ve  $c$  sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $c < a < b$       B)  $c < b < a$       C)  $b < c < a$   
D)  $a < c < b$       E)  $a < b < c$

8.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$   
 $f(x) = 4^{x-1}$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



9.  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  tanımlı

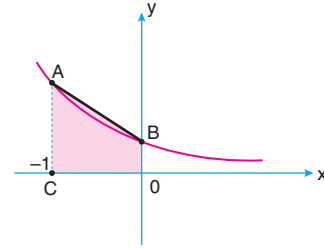
$$f(x) = \left(\frac{a-1}{2}\right)^x \text{ ve } g(x) = \left(\frac{b-3}{2}\right)^x$$

fonksiyonları sırasıyla artan ve azalan fonksiyonlardır.

Buna göre,  $a + b$  toplamının en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

10. Aşağıda  $y = 3^{-x+1}$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, ABOC dik yamuğunun alanı kaç birim-karedir?

- A) 3      B) 6      C) 9      D) 10      E) 12

11.  $f(x) = 2^{x+a}$

fonksiyonu için  $f(2) = 16$  dır.

Buna göre,  $f(-3)$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 1      D) 2      E) 4

## LOGARİTMA FONKSİYONU

$a \neq 1$  ve  $a > 0$  olmak üzere,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$f(x) = a^x$  üstel fonksiyonunun tersi  $f^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  şeklinde tanımlı bir fonksiyondur. Bu ters fonksiyona  $a$  tabanına göre **logaritma fonksiyonu** denir.

$$f^{-1}(x) = y = \log_a x$$

$$y = a^x \Rightarrow x = \log_a y$$

!  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

$f(x) = a^x$  fonksiyonunun grafiğinin

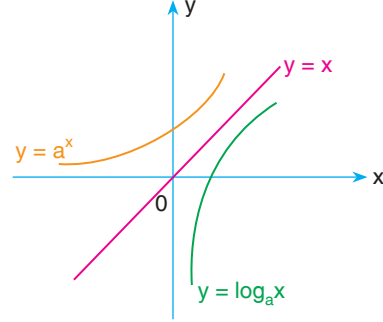
$y = x$  doğrusuna göre simetriği  $f^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$f^{-1}(x) = \log_a x$  fonksiyonunun grafiğidir.

Bir fonksiyon birebir ve örtense, tersi de bir fonksiyondur.

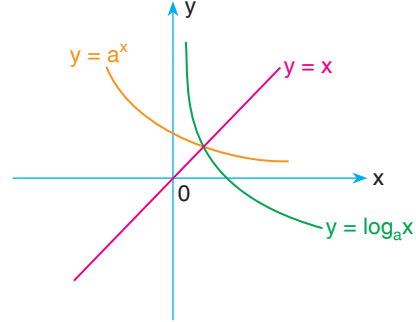
Üstel ve logaritmik fonksiyon birebir ve örtendir.

I.  $a > 1$  olmak üzere



•  $y = \log_a x$  fonksiyonu artandır.

II.  $0 < a < 1$  olmak üzere



•  $y = \log_a x$  fonksiyonu azalandır.

## HIZLI BİLGİ

Bir fonksiyon artan ise tersi de artandır, azalan ise tersi de azalandır.

### BKS 1

$$3 + \log_2 \left( \frac{x}{2} + 1 \right) = 5$$

olduğuna göre,  $x$  değerini bulunuz.

### Çözüm

$$3 + \log_2 \left( \frac{x}{2} + 1 \right) = 5$$

$$\log_2 \left( \frac{x}{2} + 1 \right) = 2$$

$$\frac{x}{2} + 1 = 2^2$$

$$\frac{x}{2} + 1 = 4 \Rightarrow \frac{x}{2} = 3$$

$$x = 6 \text{ bulunur.}$$

## HIZLI BİLGİ

$\log_a x = y$  ise  $a^y = x$  olur.

## BKS 2

Aşağıda verilen fonksiyonların tersi olan fonksiyonları bulunuz.

I.  $f(x) = 3^{x-1}$

II.  $g(x) = 2^x + 2$

III.  $h(x) = \frac{5^x - 1}{2}$

## Çözüm

I.  $f(x) = 3^x \cdot 3^{-1}$

$$y = 3^x \cdot \frac{1}{3}$$

$$3y = 3^x \Rightarrow x = \log_3(3y)$$

$$f^{-1}(x) = \log_3(3x)$$

II.  $y = 2^x + 2$

$$y - 2 = 2^x$$

$$x = \log_2(y - 2)$$

$$g^{-1}(x) = \log_2(x - 2)$$

III.  $y = \frac{5^x - 1}{2}$

$$2y + 1 = 5^x$$

$$x = \log_5(2y + 1)$$

$$h^{-1}(x) = \log_5(2x + 1) \text{ bulunur.}$$

## BKS 3

$f: (3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \log_3(x - 3) - 2$  fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f^{-1}(2)$  ifadesinin değerini bulunuz.

## Çözüm

$f(x) = \log_3(x - 3) - 2$  fonksiyonunun tersini bulalım.

$$y = \log_3(x - 3) - 2$$

$$y + 2 = \log_3(x - 3)$$

$$3^{y+2} = x - 3$$

$$3^{y+2} + 3 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = 3^{x+2} + 3$$

$$f^{-1}(2) = 3^{2+2} + 3$$

$$= 84 \text{ bulunur.}$$

## BKS 4

$f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \log_3(x + 1)$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f^{-1}(-1)$  ifadesinin değerini bulunuz.

## Çözüm

$$y = \log_3(x + 1) \Rightarrow 3^y = x + 1$$

$$\Rightarrow 3^y - 1 = x$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 3^x - 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(-1) = 3^{-1} - 1$$

$$= \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

## BKS 5

$$f: (-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \log_2(x + 2) + 1 \text{ ve}$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow (-5, \infty)$$

$$g(x) = 2^x - 5$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,  $f^{-1}(a) + g(3) = 17$  eşitliğini sağlayan  $a$  değerini bulunuz.

## Çözüm

$f(x) = \log_2(x + 2) + 1$  fonksiyonunun tersini bulalım.

$$y = \log_2(x + 2) + 1$$

$$y - 1 = \log_2(x + 2) \Rightarrow 2^{y-1} - 2 = x$$

$$f^{-1}(x) = 2^{x-1} - 2$$

$$f^{-1}(a) + g(3) = 17$$

$$(2^{a-1} - 2) + (2^3 - 5) = 17$$

$$2^{a-1} - 2 + 3 = 17$$

$$2^{a-1} = 16$$

$$2^{a-1} = 2^4 \Rightarrow a - 1 = 4 \Rightarrow a = 5 \text{ bulunur.}$$

## BKS 6

Aşağıda verilen denklemlerde  $x$  değerlerini bulunuz.

I.  $3^x = 4$

II.  $2^{x-2} = 3$

III.  $7^{x+1} = 5$

## Çözüm

I.  $3^x = 4$

$$x = \log_3 4$$

II.  $2^{x-2} = 3$

$$2^x \cdot 2^{-2} = 3$$

$$2^x \cdot \frac{1}{4} = 3 \Rightarrow 2^x = 12$$

$$x = \log_2 12 \text{ dir.}$$

III.  $7^{x+1} = 5$

$$7^x = \frac{5}{7}$$

$$x = \log_7 \left( \frac{5}{7} \right) \text{ dir.}$$

## BKS 7

$$\log_2(\log_5 a) = 1$$

olduğuna göre,  $a$  değerini bulunuz.

## Çözüm

$$\log_2(\log_5 a) = 1$$

$$\log_5 a = 2$$

$$a = 5^2$$

$$a = 25 \text{ bulunur.}$$



1.  $\log_3(\log_2 x) = 0$   
eşitliğini sağlayan  $x$  değeri kaçtır?
- A) 1      B) 2      C) 4      D) 5      E) 6

2.  $f$  birebir ve örten bir fonksiyon olmak üzere,  
 $f(x) = 2^{x-2} + 1$   
olduğuna göre,  $f^{-1}(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $1 + \log_2(x - 1)$       B)  $2 + \log_2(x - 1)$   
C)  $1 + \log_3(x - 1)$       D)  $1 + \log_2(x + 2)$   
E)  $2 + \log_3(x - 1)$

3.  $f: (-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  tanımlı  
 $f(x) = \log_5(x + 2)$  fonksiyonu veriliyor.  
Buna göre,  $f^{-1}(2)$  ifadesinin değeri kaçtır?
- A) 18      B) 20      C) 23      D) 25      E) 27

4.  $a$ , 1 den farklı pozitif bir gerçel sayı olmak üzere,  
 $f(x) = a^x$  fonksiyonu için
- I. Birebir fonksiyondur.  
II.  $a > 1$  için  $f^{-1}(x)$  fonksiyonu artan fonksiyondur.  
III.  $a > 1$  için  $f(x)$  azalan fonksiyondur.
- ifadelerinden hangileri doğrudur?
- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) I ve II  
D) II ve III      E) I, II ve III

5.  $\log_3 a = 2$  ve  $\log_b 3 = 2$   
olduğuna göre,  $\frac{a}{b}$  oranı kaçtır?
- A) 2      B)  $\sqrt{3}$       C)  $3\sqrt{3}$       D)  $3\sqrt{2}$       E)  $5\sqrt{3}$

6.  $f$  birebir ve örten fonksiyondur.  
 $f(x) = 3\log_5(x + 1) - 2$   
olduğuna göre,  $f^{-1}(1)$  ifadesinin değeri kaçtır?
- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

### LOGARİTMA FONKSİYONUNUN EN GENİŞ TANIM KÜMESİ

$f(x) = \log_{g(x)} h(x)$  fonksiyonunun tanımlı olabilmesi için;

- $g(x) > 0$
- $g(x) \neq 1$
- $h(x) > 0$

şartlarının sağlanması gerekir.

#### BKS 1

$$f(x) = \log_{(x-4)} 4$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

#### Çözüm

$$x - 4 > 0 \quad \text{ve} \quad x - 4 \neq 1$$

$$x > 4 \quad \text{ve} \quad x \neq 5$$

Tanım Kümesi:  $(4, \infty) - \{5\}$  bulunur.

#### BKS 2

$$f(x) = \log_3 (x-2)$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

#### Çözüm

$$x - 2 > 0$$

$$x > 2$$

Tanım Kümesi:  $(2, \infty)$  bulunur.

#### BKS 3

$k < n < 0 < m$  olmak üzere,

$$f(x) = \log_2((x+m) \cdot (nx-k))$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

#### Çözüm

$$(x + m) \cdot (nx - k) > 0$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ x = -m \quad x = \frac{k}{n} \end{array}$$

$k < 0$  ve  $n < 0$  olduğu için  $\frac{k}{n} > 0$  olur.

$m > 0$  olduğu için  $-m < 0$  olur.

$\frac{k}{n} > -m$  olduğundan işaret tablosu

x	-m	$\frac{k}{n}$	
$(x+m) \cdot (nx-k)$	-	+	-

n nin işareti alınır.

O halde, en geniş tanım kümesi  $(-m, \frac{k}{n})$  olur.

**BKS 4**

$$f(x) = \log_{(x-2)}(x^3 - 9x)$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

**Çözüm**

$$\begin{array}{lcl} x^3 - 9x > 0 & x - 2 > 0 \text{ ve} & x - 2 \neq 1 \\ x(x^2 - 9) > 0 & \downarrow & \downarrow \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = -3 & x_4 = 2 & x \neq 3 \end{array}$$

İşaret tablosunu çizelim.

x	-3	0	2	3
$x^2 - 9x$	-	+	-	+
$x - 2$	-	-	-	+

İkisi için de ortak taranan yer  $(3, \infty)$  aralıdır.

Tanım Kümesi:  $(3, \infty)$

**BKS 5**

$$f(x) = \log_3(x^2 + (m-1)x + 4)$$

fonksiyonu her x gerçel sayısı için tanımlı olduğuna göre, m nin en geniş değer aralığını bulunuz.

**Çözüm**

$$x^2 + (m-1)x + 4 > 0$$

her x gerçel sayısı için sağlandığına göre denklemin diskriminantı sıfırdan küçük olmalıdır.

$$\Delta < 0$$

$$(m-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 < 0$$

$$m^2 - 2m - 15 < 0$$

$$\begin{array}{l} m \nearrow -5 \\ m \searrow +3 \end{array}$$

$$(m-5) \cdot (m+3) < 0$$

$m_1 = 5$  ve  $m_2 = -3$  için işaret tablosunu çizilirse

m	-3	5
$(m-5)(m+3)$	+	-

$m \in (-3, 5)$  elde edilir.

**BKS 6**

$$f(x) = \log_{|x-2|}(-x^2 + 3x + 4)$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

**Çözüm**

$$-x^2 + 3x + 4 > 0 \quad |x-2| > 0 \quad |x-2| \neq 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$(-x-1)(x-4) > 0 \quad \downarrow \quad x-2 \neq 1 \quad x-2 \neq -1$$

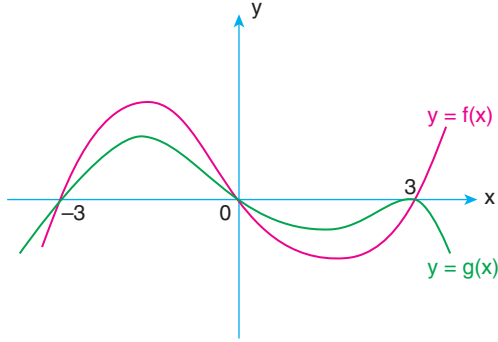
$$x_1 = -1 \quad x_2 = 4 \quad x_3 = 2 \quad x \neq 3 \quad x \neq 1$$

x	-1	2	4
$-x^2 + 3x + 4$	-	+	-
$ x-2 $	+	+	+

En geniş tanım kümesi:  $(-1, 4) - \{1, 2, 3\}$  şeklindedir.

## BKS 7

Aşağıda 3. dereceden  $y = f(x)$  ve 4. dereceden  $y = g(x)$  polinom fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



$h(x) = \log_x(f(x) \cdot g(x))$  fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre,  $h$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

## Çözüm

$h(x) = \log_x(f(x) \cdot g(x))$  logaritmanın tanım kümesinden dolayı

$$f(x) \cdot g(x) > 0 \quad x > 0 \quad \text{ve} \quad x \neq 1 \text{ olmalıdır.}$$

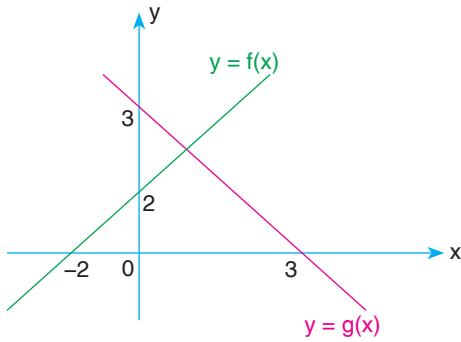
$$\begin{array}{l} \downarrow \quad \downarrow \\ x_1 = -3 \quad x_1 = -3 \\ x_2 = 0 \quad x_2 = 0 \\ x_3 = 3 \quad x_3 = 3 \\ x_4 = 3 \end{array}$$

x	-3	0	3
f(x).g(x)	+	+	-
x	-	-	+

En geniş tanım kümesi,  $(0, 3) - \{1\}$  olur.

## BKS 8

Aşağıda  $y = f(x)$  ve  $y = g(x)$  doğrusal fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



$h(x) = \log_3(f(x) \cdot g(x))$  fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre,  $h$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesindeki  $x$  tam sayı değerlerinin toplamını bulunuz.

## Çözüm

$$h(x) = \log_3(f(x) \cdot g(x))$$

$$\frac{x}{-2} + \frac{f(x)}{2} = 1$$

$$-x + f(x) = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

$$\frac{x}{3} + \frac{g(x)}{3} = 1$$

$$x + g(x) = 3 \Rightarrow g(x) = -x + 3$$

$$f(x) \cdot g(x) > 0$$

$$(x + 2) \cdot (-x + 3) > 0$$

Buradan köklerimiz,  $-2$  ve  $3$  olur.

x	-2	3
f(x).g(x)	-	+

En geniş tanım kümesi  $(-2, 3)$  şeklindedir.

Bu aralıktaki tam sayılar  $-1, 0, 1, 2$  olup toplamları

$$-1 + 0 + 1 + 2 = 2 \text{ bulunur.}$$